Droites et cercles dans le plan.

☞ **Exercice basique à savoir refaire**
★ **Exercice un peu plus difficile, non indispensable**

☞ Exercice 1.

Déterminer pour chacune des droites suivantes, un vecteur directeur, un vecteur normal, une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques :

1. la droite (AB) avec $A(3,1)$ et $B(-2,2)$;

2. la droite passant par $A(-4,1)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

☞ Exercise 2.

Find the coordinates of the orthogonal projection of A onto the line $\mathcal{D}$, and use it to find the distance from A to $\mathcal{D}$:

1. $A(1,1)$ et $\mathcal{D} : 2x + y - 1 = 0$.

2. $A(-2,1)$ et $\mathcal{D}$ est la droite passant par $C(0,2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. $A(1,2)$ et $\mathcal{D}$ est la droite de vecteur normal $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et passant par $B(5,2)$.

Exercice 3.

On définit les droites $\mathcal{D}_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$, $\mathcal{D}_2 : \begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 4t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$
et $\mathcal{D}_3 : -x + 2y + 6 = 0$.

1. Déterminer l'intersection de $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.

2. Déterminer l'intersection de $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_3$.

Exercice 4.

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $-2x + y + 3 = 0$ et soit A le point de coordonnées $(1,3)$.

1. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}_1$ parallèle à la droite $\mathcal{D}$ passant par A.

2. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}_2$ perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}$ passant par A.

3. Calculer la distance du point A à la droite $\mathcal{D}$.

4. Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre A tangent à $\mathcal{D}$.

Exercice 5.

Soit $\mathcal{C}$ le cercle dont la représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 3\cos(\theta) - 2 \\ y = 3\sin(\theta) + 1 \end{cases}$, $\theta \in \mathbb{R}$.
Donner une équation cartésienne de $\mathcal{C}$, et de la tangente à $\mathcal{C}$ en $A(-\frac{1}{2}, \frac{2-3\sqrt{3}}{2})$.

☞ Exercice 6.

Pour chacune des équations de cercle suivantes, déterminer le centre et le rayon.
$\mathcal{C}_1 : x^2 + y^2 - 8x + y + 10 = 0$ et $\mathcal{C}_2 : x^2 + y^2 - 2x + 3y - \frac{3}{4} = 0$.

★ Exercise 7.

Let $\mathcal{C}$ be the circle with center coordinates $(-1,2)$ and radius $\sqrt{2}$ and $\mathcal{D}$ the line given by the equation $y = 2x + 5$.

1. Prove that $\mathcal{C}$ and $\mathcal{D}$ intersect at two points and find their coordinates.

2. Find the linear equation to each of the tangents to the circle $\mathcal{C}$ at each of the two points.