

PROGRAMME DE LA SEMAINE 16

du 5 au 9 février.

Calculs : un de chaque catégorie, au choix de l'examineur

1. Calculer z^2 et donner le résultat sous forme algébrique :

(a) $z = (3 + \sqrt{2}) + i(1 - 2\sqrt{2})$ (b) $z = (-1 + \sqrt{3}) + i\frac{\sqrt{3}}{3}$ (c) $z = (1 + \sqrt{3}) - i\frac{\sqrt{2}}{3}$

2. Révision : calculer les dérivées des fonctions suivantes (sans se préoccuper de la dérivabilité) :

(a) $f(x) = \sqrt{(3x+2)e^x}$ (b) $f(x) = \frac{1}{(2\sin(x)+1)^2}$ (c) $f(x) = \arcsin(x^2 + 1)$

Questions de cours : 2 au choix de l'examineur

Algèbre 2 : familles de vecteurs de \mathbb{R}^n .

- définition d'une combinaison linéaire et de l'ensemble des combinaisons linéaires ;
- définition d'une famille libre, et d'une famille liée ;
- propriété de caractérisation d'une famille libre ou liée, méthode pour savoir si une famille de vecteurs de \mathbb{R}^n est libre ou liée ;
- définition d'une famille génératrice ;
- propriété de caractérisation d'une famille génératrice, méthode pour savoir si une famille de vecteurs de \mathbb{R}^n est génératrice ou pas.

Géométrie 4 : plans, droites et sphères dans le plan.

- méthodes pour obtenir une équation cartésienne de plan (à partir d'un point et un vecteur normal, et d'un point et 2 vecteurs directeurs) ;
- méthode pour passer d'une équation cartésienne de plan à un système paramétrique et vice-versa ;
- méthode pour passer du système d'équations cartésiennes de droite à un système paramétrique et vice versa ;
- définition du projeté orthogonal d'un point sur un plan, et méthode structurée pour le déterminer ;
- définition du projeté orthogonal d'un point sur une droite, et méthode structurée pour le déterminer ;
- définition et équation cartésienne d'une sphère, et : soit \mathcal{S} l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 2 = 0$, justifier que \mathcal{S} est une sphère, préciser son centre et son rayon ;
- intersection d'une sphère et une droite, d'une sphère et un plan, critère d'identification.

Questions d'application directe du cours :

- déterminer le rang d'une matrice ;
- déterminer si une famille de vecteurs est libre ou pas, ou génératrice ou pas, en passant par la matrice des vecteurs en colonne ;
- dans l'espace, déterminer une équation cartésienne de plan ou un système d'équations paramétriques, à partir d'un point et deux vecteurs directeurs, ou un point et un vecteur normal ;
- dans l'espace, déterminer un système d'équations cartésiennes d'une droite ou un système d'équations paramétriques, à partir d'un point et un vecteurs directeurs, ou un point et un vecteur normal.

Thèmes généraux des exercices :

- géométrie dans l'espace (en particulier déterminer le projeté orthogonal d'un point sur un plan ou une droite et déterminer la nature de l'intersection d'une sphère avec un plan ou une droite) ;
- systèmes linéaires : résoudre, déterminer des rangs...
- familles libres et génératrices de \mathbb{R}^n .

Bon courage !