

## EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES.

**Exercice 1.**

1. Soit  $\mathcal{P}$  un plan d'équation  $3x - 4y + 2z - 11 = 0$ .  
Déterminer un vecteur normal de ce plan, une équation paramétrique et deux vecteurs directeurs.
2. Montrer que l'ensemble des points  $M(x, y, z)$  tels que  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2\sqrt{3}z = 8$  est une sphère  $\mathcal{S}$ , on précisera le centre et le rayon.
3. Déterminer la nature de l'intersection de la sphère  $\mathcal{S}$  et du plan  $\mathcal{P}$ .

**Exercice 2.**

1. Montrer que l'ensemble des points  $M(x, y, z)$  tels que  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2\sqrt{3}z = 8$  est une sphère, on précisera le centre et le rayon.
2. Déterminer la position relative de la droite passant par  $A(1, -1, 2\sqrt{3})$  et de vecteur directeur  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2\sqrt{3} \\ -2 \end{pmatrix}$  par rapport à cette sphère.

**★ Exercice 3.**

Montrer que les quatre points  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, 1, 1)$ ,  $C(1, 2, 3)$  et  $D(1, 3, 0)$  ne sont pas coplanaires.

1. Donner le rayon et le centre de la sphère qui passe par ces quatre points.
2. Donner une équation du plan tangent en  $B$ .

**Exercice 4.**

On dispose d'une urne contenant  $n$  jetons, numérotés de 1 à  $n$ , avec  $n$  un entier supérieur ou égal à 5.

1. On pioche 3 jetons, simultanément, dans l'urne.
  - (a) Calculer la probabilité que 5 soit le plus grand des numéros tirés.
  - (b) Donner la probabilité que 2 soit le plus grand des numéros tirés.
  - (c) Cas général : Soit  $p \in \llbracket 1; n \rrbracket$ . Calculer la probabilité que  $p$  soit le plus grand des numéros tirés.
2. On tire 3 jetons successivement et avec remise dans l'urne de départ.
  - (a) Calculer la probabilité que seul le numéro 1 soit apparu.
  - (b) Calculer la probabilité que seuls les numéros 1 et 2 soient apparus.

**Exercice 5.**

Une boîte contient 3 boules jaunes, 2 boules vertes, et  $n$  boules rouges ( $n$  est un entier quelconque). Les boules sont indiscernables au toucher, et l'expérience consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte.

1. Justifier avec rigueur que  $\text{Card}(\Omega) = \frac{(n+5)(n+4)}{2}$ .
2. On note  $A$  l'événement : « les deux boules sont rouges ». Exprimer  $\mathbf{P}(A)$  en fonction de  $n$ .  
Décrire  $\bar{A}$  par une phrase.
3. On note  $B$  l'événement « obtenir 2 boules jaunes » et  $C$  : « obtenir deux boules vertes ». Calculer les probabilités de ces deux événements.  
Pour quelles valeurs de  $n$  est-ce que la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur est supérieure ou égale à  $\frac{1}{2}$  ?

**Exercice 6.**

Si on lance 3 fois de suite un dé équilibré, est-il plus probable que la somme des résultats fasse 9 ou 10 ?