

CORRECTION GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

Exercice 3.

Soit ABC un triangle non aplati et I le milieu de $[AB]$.

Déterminer l'ensemble des points $M \in \mathcal{P}$ tels que $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AC})$ est liée.

Correction : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AC})$ est liée signifie que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.

$$\text{Or } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}$$

$$= 2\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$$

$$= 2\overrightarrow{MI} + \vec{0} \text{ car } I \text{ est le milieu de } [AB]$$

$$= 2\overrightarrow{MI}$$

Ainsi, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et \overrightarrow{AC} sont colinéaires $\iff 2\overrightarrow{MI}$ et \overrightarrow{AC} sont colinéaires

$$\iff (MI) \text{ et } (AC) \text{ sont parallèles}$$

$$\iff M \text{ est sur la parallèle à } (AC) \text{ passant par } I.$$

L'ensemble des points M cherché est la droite parallèle à (AC) passant par I .

(cette droite passe aussi par le milieu de $[BC]$: propriété de la droite des milieux).