Devoir Maison n$^{\text{o}}$ 9

pour mardi 17 novembre 10h54

Exercice 1.

Calculer : $S_1 = \sum_{k=0}^{7} 3(k - 2^k)$ $\quad S_2 = \sum_{k=8}^{31} \frac{k-5}{6}$ $\quad S_3(n) = \sum_{k=0}^{n} (2^k + 4k + n - 3)$ $\quad S_4(n) = \sum_{k=0}^{n} 2^k 3^{n-k}$

Exercice 2.

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout k de $\mathbb{N}$, $\frac{1}{(k+1)(k+3)} = \frac{a}{k+1} + \frac{b}{k+3}$.
(*on pourra mettre l'expression* $\frac{a}{k+1} + \frac{b}{k+3}$ *sous forme* $\frac{...k+...}{(k+1)(k+3)}$ *puis identifier le numérateur avec celui de* $\frac{1}{(k+1)(k+3)}$)

En déduire la valeur de la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+3)}$ pour $n \geqslant 2$.

*** 2.** Par une méthode similaire, calculer la somme $T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$ (toujours pour $n \geqslant 2$).

Exercice 3.

1. Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ en utilisant des formules de trigonométrie.

2. En déduire une expression simple de $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^8$.