Corrigé du DM n° 5

Correction 1.

4. $\frac{1}{2} - x = \frac{x}{4} + \frac{2}{3} \iff \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{x}{4} + x$
$\iff -\frac{1}{6} = \frac{5}{4}x$
$\iff -\frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = x$
$\iff -\frac{2}{15} = x$

Donc $\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{2}{15}\right\}}$

5. $5(3x-2) - (4x-1) = 2x+7 \iff 15x - 10 - 4x + 1 = 2x + 7$
$\iff 11x - 9 = 2x + 7$
$\iff 11x - 2x = 7 + 9$
$\iff 9x = 16$
$\iff x = \frac{16}{9}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{16}{9}\right\}}$

6. $(4x-1)(8x-10)(9x-6) = 0 \iff 4x - 1 = 0$ ou $8x - 10 = 0$ ou $9x - 6 = 0$ (théorème du produit nul)
$\iff x = \frac{1}{4}$ ou $x = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ ou $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{4}; \frac{5}{4}; \frac{2}{3}\right\}}$

7. $(3x+4)^2 - 2(3x+4)(5x-1) = 0 \iff (3x+4)\Big[(3x+4) - 2(5x-1)\Big] = 0$
$\iff (3x+4)(-7x+6) = 0$
$\iff 3x + 4 = 0$ ou $-7x + 6 = 0$
$\iff x = -\frac{4}{3}$ ou $x = \frac{6}{7}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{3}; \frac{6}{7}\right\}}$

Correction 2.

8. $(2x+1)(3x+4) \leqslant (2x+1)(x+5) \iff (2x+1)(3x+4) - (2x+1)(x+5) \leqslant 0$
$\iff (2x+1)\big[(3x+4) - (x+5)\big] \leqslant 0$
$\iff (2x+1)(2x-1) \leqslant 0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x+1)(2x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]}$.

9.

x	$-\infty$		$-\frac{8}{9}$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$-6x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$3x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$9x+8$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-6x(3x-4)(9x+8)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} =]-\infty; -\frac{8}{9}[\cup]0, \frac{4}{3}[}$.

10. $-\frac{3}{2}x+\frac{5}{9}<2 \iff -\frac{3}{2}x<2-\frac{5}{9}$
$\iff -\frac{3}{2}x<\frac{13}{9}$
$\iff x>\frac{13}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
$\iff x>-\frac{26}{27}$

Donc $\boxed{\mathcal{S}=]-\frac{26}{27},+\infty[}$.

11. $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}\geqslant -\frac{1}{2}x+\frac{5}{3} \iff \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x\geqslant \frac{5}{3}-\frac{3}{4}$
$\iff x\geqslant \frac{20}{12}-\frac{9}{12}$
$\iff x\geqslant \frac{11}{12}$

Donc $\boxed{\mathcal{S}=\left[\frac{11}{12};+\infty\right[}$.

12.

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{12}{5}$		$+\infty$
$\frac{1}{3}x-\frac{4}{5}$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2}{3}-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$3x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{(\frac{1}{3}x-\frac{4}{5})(\frac{2}{3}-x)}{3x+5}$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc $\boxed{\mathcal{S}=\left]-\infty,-\frac{5}{3}\right[\ \cup\ \left[\frac{2}{3};\frac{12}{5}\right]}$.

13. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}\geqslant 0 \iff \frac{(x+2)+(x+1)}{(x+2)(x+1)}\geqslant 0 \iff \frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}\geqslant 0$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{3}{2}$		-1		$+\infty$
$2x+3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Donc $\boxed{\mathcal{S}=\left]-2,-\frac{3}{2}\right]\cup]-1,+\infty[}$.

14. $1<\frac{x+1}{2x+3}\leqslant 2 \iff 1<\frac{x+1}{2x+3} \quad\text{et}\quad \frac{x+1}{2x+3}\leqslant 2$
$\iff \frac{x+1}{2x+3}-1>0 \quad\text{et}\quad \frac{x+1}{2x+3}-2\leqslant 0$
$\iff \frac{x+1-2x-3}{2x+3}>0 \quad\text{et}\quad \frac{x+1-4x-6}{2x+3}\leqslant 0$
$\iff \frac{-x-2}{2x+3}>0 \quad\text{et}\quad \frac{-3x-5}{2x+3}\leqslant 0$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-x-2$		$+$	0	$-$		$-$
$2x+3$		$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-x-2}{2x+3}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-3x-5$		$+$	0	$-$		$-$
$2x+3$		$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-5}{2x+3}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$

Donc $\mathcal{S}=\left]-2,-\frac{3}{2}\right[\ \cap\ \left(\left]-\infty,-\frac{5}{3}\right]\cup\left]-\frac{3}{2},+\infty\right[\right)$.

Donc $\boxed{\mathcal{S}=\left]-2,-\frac{5}{3}\right]}$.