

DEVOIR MAISON N°26

pour mardi 15 avril, 10h

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

Étudier (au moins) 4 des 9 limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) e^{\cos(x)} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{2}{x}} - 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 7x + 2}{x - 11}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \sin(5x)}{(x - x^3)^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{\sin(x)}}{\ln(x)} \quad ; \quad \star \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$$

Exercice 2.

1. Est-ce que $e^{\sqrt{x}} \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(e^x)$? Et $\ln(\sqrt{x}) \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(\ln(x))$?
2. Montrer que $x^2 + 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x + 1$. Est-ce que $\ln(x^2 + 1) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln(x + 1)$?

Exercice 3. (à partir de vendredi soir)

1. La famille (f_1, f_2) avec $f_1(x) = e^x$ et $f_2(x) = 3x + 1$ est-elle libre ?
2. Les familles suivantes sont-elles libres ? génératrices de E ?
 - (a) famille (v_1, v_2, v_3) avec $v_1 = (1, 2, 3)$ et $v_2 = (4, 5, 6)$ et $v_3 = (7, 8, 9)$ dans $E = \mathbb{R}^3$.
 - (b) famille (A, B, C) avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ avec $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

DEVOIR MAISON N°26

pour mardi 15 avril, 10h

VERSION « MOINS MAIS BIEN ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1.

Étudier 3 des 8 limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) e^{\cos(x)} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{2}{x}} - 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 7x + 2}{x - 11}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \sin(5x)}{(x - x^3)^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{\sin(x)}}{\ln(x)}$$

Exercice 2.

2. Montrer que $x^2 + 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x + 1$. Est-ce que $\ln(x^2 + 1) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \ln(x + 1)$?

Exercice 3. (à partir de vendredi soir)

2. Les familles suivantes sont-elles libres ? génératrices de E ?
 - (a) famille (v_1, v_2, v_3) avec $v_1 = (1, 2, 3)$ et $v_2 = (4, 5, 6)$ et $v_3 = (7, 8, 9)$ dans $E = \mathbb{R}^3$.
 - (b) famille (A, B, C) avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ avec $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.