Devoir Maison n°22

pour Mardi 18 mars, 10h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1. (après le TD de mercredi).

Dans chaque cas, étudier la limite de (u_n).

1. $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

2. $u_n = 3e^{-n}$

3. $u_n = \dfrac{4-e^n}{2n^3+n-4}$

4. $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$

5. pour x un réel fixé : $u_n = \dfrac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 2x\rfloor + \lfloor 3x\rfloor + \dots \lfloor nx\rfloor}{n^2}$

Exercice 2.

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 3n + 3}{n+2}$.

1. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a $|u_{n+1} - 3| \leqslant \frac{1}{2}|u_n - 3|$.

2. En déduire que pour tout n, $|u_n - 3| \leqslant \frac{1}{2^{n-1}}$.

3. Que peut-on en conclure sur la convergence de (u_n) ?

Exercice 3.

1. Construire le tableau des variations de la fonction sin sur $[0, 2\pi[$ en y faisant figurer tous les antécédents de -1, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$ et 1.

2. En déduire la courbe de la fonction $x \mapsto \lfloor 2\sin(x)\rfloor$ sur $[0, 2\pi[$.

★ Exercice 4.

Soit $x \in \mathbb{R}$, que vaut $\lfloor x\rfloor + \lfloor -x\rfloor$?

TSI 2.1 *lycée Monge* 2024-2025 DM n°22

Devoir Maison n°22

pour Mardi 18 mars, 10h

$\boxed{\text{Version « moins mais bien ».}}$

La présentation et la rédaction devront être soignées.

Exercice 1. (après le TD de mercredi).

Dans chaque cas, étudier la limite de (u_n).

1. $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

2. $u_n = 3e^{-n}$

3. $u_n = \dfrac{4-e^n}{2n^3+n-4}$

4. $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$

Exercice 2.

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 3n + 3}{n+2}$.

1. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a $|u_{n+1} - 3| \leqslant \frac{1}{2}|u_n - 3|$.

2. En déduire que pour tout n, $|u_n - 3| \leqslant \frac{1}{2^{n-1}}$.

3. Que peut-on en conclure sur la convergence de (u_n) ?