Correction du DM n° 1

Correction 1. Réponses.

1. $\boxed{A(x) = 7x^2 - 17x + 16}$ $\boxed{B(x) = 2x^2 - 12x + 18}$ $\boxed{C(x) = 4x^2 - 1}$
$\boxed{D(x) = x^2 + 1}$ $\boxed{E(x) = -60x - 75}$

2. $A = 3$ $B = 6$ $C = 8$ $D = 3$ $E = 4$ $F = 5$
$G = 7$ $H = 7$ $I = 1$ $J = 2$ $K = 9$

Remarques : *dans les calculs avec les fractions, essayer au maximum de simplifier avant de faire les produits, cela permet de manipuler des plus petits nombres.*

Correction 2.

1. $\boxed{A(0,0)}$ (origine du repère)
$\boxed{B(1,0)}$ (sur l'axe des abscisses)
$\boxed{C(0,1)}$ (sur l'axe des ordonnées)
I est le milieu de $[BC]$ donc $x_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_I = \frac{0+1}{2}$ donc $\boxed{I(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}$.

2. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AI}$ donc en notant (x_M, y_M) les coordonnées de M, on obtient $\begin{cases} x_M - 0 = \frac{2}{5}(\frac{1}{2} - 0) \\ y_M - 0 = \frac{2}{5}(\frac{1}{2} - 0) \end{cases}$

Donc $\boxed{M(\frac{1}{5}, \frac{1}{5})}$.

3. **(a)** (AB) est l'axe des abscisses du repère, et (MP) et (AB) sont parallèles, donc M et P ont la même ordonnée, donc l'ordonnée de P est $\frac{1}{5}$.

(b) On a ainsi $P(x, \frac{1}{5})$, donc $\overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} x-1 \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.
Et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Or $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BP}$ sont colinéaires (et non nuls) donc il existe un réel k tel que $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$.
D'après l'ordonnée, $k = 5$.
Donc pour les abscisses, $5(x-1) = -1$ donc $x - 1 = -\frac{1}{5}$ soit $x = \frac{4}{5}$.
Finalement $\boxed{P(\frac{4}{5}, \frac{1}{5})}$.

Attention : *enchaînement des arguments ! Il est indispensable de rappeler que $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BP}$ sont colinéaires, et c'est la coordonnée y qui donne la valeur du coefficent de proportionnalité.*

4. (MQ) et (AC) sont parallèles, donc Q et M ont la même abscisse, on note y l'ordonnée de Q, on a alors $\overrightarrow{BQ} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} \\ y \end{pmatrix}$.
$\overrightarrow{BQ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc comme précédemment mais en regardant les abscisses, on voit que $\overrightarrow{BC} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BQ}$.
Donc pour les ordonnées, $1 = \frac{5}{4}y$ donc $y = \frac{4}{5}$.
Ainsi, $\boxed{Q(\frac{1}{5}, \frac{4}{5})}$.

5. Le milieu de $[PQ]$ a pour abscisse $\dfrac{\frac{4}{5} + \frac{1}{5}}{2}$ soit $\frac{1}{2}$ et pour ordonnée $\dfrac{\frac{1}{5} + \frac{4}{5}}{2}$ soit $\frac{1}{2}$.
Cela correspond aux coordonnées de I donc $\boxed{I \text{ est le milieu de } [PQ]}$.