

DEVOIR MAISON N°17

pour Mardi 28 janvier, 10h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

1. La suite (u_n) est arithmétique, avec $u_4 = 3$ et de raison -2 .

Donner le terme général de (u_n) et calculer $\sum_{k=0}^{13} u_k$ et $\sum_{n=3}^{22} u_n$.

2. La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$, et $v_1 = 6$.

Donner le terme général de la suite (v_n) ainsi que v_0 et calculer $\sum_{k=0}^n v_k$ pour

$$n > 0 \text{ et } \sum_{p=4}^{11} v_p.$$

Exercice 2.

Soient u et v les suites définies pour tout n de \mathbb{N} par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}(2u_n + v_n)$ et $v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n)$.

- On pose $t_n = u_n - v_n$ et $s_n = u_n + v_n$. Montrer que t et s sont deux suites géométriques.
- Exprimer t_n et s_n en fonction de n .
- En déduire les termes généraux de (u_n) et (v_n) .

Exercice 3. (à partir de vendredi)

Résoudre les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + 2y - 3z = -13 \\ -2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} x - y + z = 3 \\ x + 2y + z = 7 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

DEVOIR MAISON N°17

pour Mardi 28 janvier, 10h

VERSION « MOINS MAIS BIEN ».

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

1. La suite (u_n) est arithmétique, avec $u_4 = 3$ et de raison -2 .

Donner le terme général de (u_n) et calculer $\sum_{k=0}^{13} u_k$ et $\sum_{n=3}^{22} u_n$.

2. La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$, et $v_1 = 6$.

Donner le terme général de la suite (v_n) ainsi que v_0 et calculer $\sum_{k=0}^n v_k$ pour

$$n > 0 \text{ et } \sum_{p=4}^{11} v_p.$$

Exercice 2.

Soient u et v les suites définies pour tout n de \mathbb{N} par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}(2u_n + v_n)$ et $v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n)$.

- On pose $t_n = u_n - v_n$ et $s_n = u_n + v_n$. Montrer que t est géométrique.
- On admet que s est constante.
Exprimer t_n et s_n en fonction de n .
- En déduire les termes généraux de (u_n) et (v_n) .

Exercice 3. (à partir de vendredi)

Résoudre le système suivant :

$$(S_1) \begin{cases} x + 2y - 3z = -13 \\ -2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases}$$

★ Exercice 4.

Pour fêter la fin de l'année, un professeur de maths prépare un buffet pour ses élèves. Les élèves auront le droit de se servir à condition de répondre juste aux différentes questions ☺.

Les réponses sont attendues sous forme de fractions simplifiées au maximum, et on effectuera les produits dans les limites du raisonnable...

1. Il met à disposition 11 ingrédients différents pour faire des cocktails :

- ★ 5 sortes de jus de fruits ;
- ★ 2 sortes de boissons gazeuses ;
- ★ 3 sortes de sirops ;
- ★ des glaçons.

Un cocktail est constitué de 4 ingrédients différents, sans tenir compte de l'ordre ni de la quantité des ingrédients.

(a) Combien y a-t-il de cocktails possibles ?

(c) Combien y a-t-il de cocktails avec au moins un sirop ?

2. Il y a également 5 types de dessert :

- ★ des éclairs au chocolat ;
- ★ des gâteaux au chocolat ;
- ★ des tartes au chocolat ;
- ★ des gâteaux aux pommes ;
- ★ des salades de fruits.

Arthur et Brigitte sont deux élèves qui vont prendre chacun un dessert.

(a) Combien y a-t-il de possibilités de choix de desserts pour les deux ?

★ Exercice 4.

Pour fêter la fin de l'année, un professeur de maths prépare un buffet pour ses élèves. Les élèves auront le droit de se servir à condition de répondre juste aux différentes questions ☺.

Les réponses sont attendues sous forme de fractions simplifiées au maximum, et on effectuera les produits dans les limites du raisonnable...

1. Il met à disposition 11 ingrédients différents pour faire des cocktails :

- ★ 5 sortes de jus de fruits ;
- ★ 2 sortes de boissons gazeuses ;
- ★ 3 sortes de sirops ;
- ★ des glaçons.

Un cocktail est constitué de 4 ingrédients différents, sans tenir compte de l'ordre ni de la quantité des ingrédients.

(a) Combien y a-t-il de cocktails possibles ?

(b) Combien y a-t-il de cocktails non gazeux ?

(c) Combien y a-t-il de cocktails avec au moins un sirop ?

(c) Combien y a-t-il de cocktails avec 3 jus de fruits et un sirop ?

2. Il y a également 5 types de dessert :

- ★ des éclairs au chocolat ;
- ★ des gâteaux au chocolat ;
- ★ des tartes au chocolat ;
- ★ des gâteaux aux pommes ;
- ★ des salades de fruits.

Arthur et Brigitte sont deux élèves qui vont prendre chacun un dessert.

(a) Combien y a-t-il de possibilités de choix de desserts pour les deux ?

(b) Combien y en a-t-il si ils ne prennent pas le même ?

(c) Combien de possibilités avec exactement un gâteau et un dessert au chocolat ?