

CORRIGÉ DU DM N°12

Correction 1.

1. Lancer trois fois le dé revient à tirer successivement et avec remise trois nombres parmi les entiers de 1 à 6.

Donc l'ensemble des résultats est l'ensemble des 3-listes de $\llbracket 1, 6 \rrbracket$ c'est-à-dire $\llbracket 1, 6 \rrbracket^3$.

Il y a donc 6^3 résultats possibles.

2. Si l'on veut trois numéros distincts, on forme une 3-liste d'éléments distincts de $\llbracket 1, 6 \rrbracket$.

On aura alors $6 \times 5 \times 4$ soit 120 résultats différents.

Avec trois numéros pareil, les résultats sont $\{(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6)\}$ ce qui fait 6 résultats possibles.

3. L'ensemble des résultats avec au moins un 6 est le complémentaire de l'ensemble des résultats sans aucun 6.

Si l'on ne veut aucun 6, on procède comme au 1. mais en retirant le numéro 6, on forme donc des 3-listes d'éléments de $\llbracket 1, 5 \rrbracket$, cela fait donc 5^3 résultats possibles sans aucun 6.

Donc il y a $6^3 - 5^3$ résultats avec au moins un 6.

4. Si le 6 est obtenu au premier lancer, il faut choisir les deux nombres qui l'accompagnent qui ne seront pas des 6, on forme donc une 2-liste d'éléments de $\llbracket 1, 5 \rrbracket$, il y a donc 25 résultats avec le 6 en premier.

Et il y en a 25 avec le 6 obtenu au deuxième lancer, et 25 avec le 6 au troisième lancer. Ces cas sont disjoints, et leur réunion forme l'ensemble des résultats avec exactement un 6, $3 \times 25 = 75$, donc on a 75 résultats avec exactement un 6.

5. $18 = 3 \times 6$ donc on ne peut obtenir 18 que avec trois fois le numéro 6.

Donc il n'y a qu'un seul résultat avec un total de 18 points.

Pour 17 points, il faut une fois le 5 et deux fois le 6. Le 5 peut s'obtenir au premier, au deuxième ou au troisième lancer, donc cela fait 3 choix possibles avec un total de 17 points.

6. (a)
- ```
def de():
 liste=[]
 for k in range(1,7):
 for i in range(1,7):
 for j in range(1,7):
 liste.append(str(k)+str(i)+str(j))
 return liste
```

Pour vérifier le résultat, on peut faire `resultats=de()` puis `len(resultats)==6**3`

- (b)
- ```
def de_distincts():
    liste=[]
    for k in range(1,7):
        for i in range(1,7):
            for j in range(1,7):
                if k!=i and i!=j and k!=j:
                    liste.append(str(k)+str(i)+str(j))
    return liste
```

```
def de_pareil():  
    liste=[]  
    for k in range(1,7):  
        liste.append(3*str(k))  
    return liste
```

Correction 2.

1. Enclencher le mode aléatoire revient à ordonner les 15 morceaux de musique.
Chaque écoute en mode aléatoire correspond donc à une permutation des 15 morceaux de musique.
Il y a donc $15!$ écoutes possibles.
2. Si Maxime n'écoute que 5 morceaux en tenant compte de l'ordre, il peut les choisir un par un, dans l'ordre de l'écoute, sans répétition possible (on considère que Maxime ne veut pas écouter deux fois le même morceau).
Donc chaque possibilité est ici une 6-liste d'éléments distincts de l'ensemble des 15 morceaux.
Cela fait donc $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10$ possibilités.
Si on ne tient pas compte de l'ordre dans lequel les morceaux sont lus, il suffit de choisir les 6 simultanément.
Chaque écoute est donc une partie de 6 morceaux parmi les 15.
$$\binom{15}{6} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 13 \times 11 \times 5$$

Il y a donc $7 \times 13 \times 11 \times 5$ possibilités d'écoute.