Devoir Maison n°10
pour Mardi 28 novembre à 8h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

On considère les quatre nombres complexes suivants :

$$z_1 = -3 + 3i \quad z_2 = 2\sqrt{3} - 6i \quad z_3 = 2 + 2\sqrt{3}i \quad z_4 = 2 - 2i$$

1. Déterminer une forme exponentielle pour chacun de ces quatre complexes.

2. Déterminer une forme exponentielle de $z_1 \times z_2$, de $\frac{z_4}{z_1}$, de $\frac{z_2}{z_4}$ et de $(z_3)^6$.

Exercice 2.

On note $z = \frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}$.

1. Déterminer le module de z.

2. Déterminer la forme algébrique de z.
Montrer qu'elle peut s'écrire $z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$.

3. Calculer z^{2023} (*on donnera un argument entre* $-\pi$ *et* π).

★ Exercice 3.

On note A le point d'affixe 1 et pour tout $z \in \mathbb{C}\backslash\{1\}$, on considère M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z' défini par $z' = \frac{z-1}{1-\bar{z}}$.

1. À quelle condition sur M a-t-on $A = M'$?

2. **(a)** Démontrer que $z' \in \mathbb{U}$ et interpréter graphiquement cette propriété.

(b) Démontrer que $\frac{z'-1}{z-1} \in \mathbb{R}$ et interpréter graphiquement cette propriété.

3. Donner une construction géométrique de M' connaissant M.

Exercice 4.

Écrire sous la forme la plus simple possible les nombres (ou expressions) suivant(e)s :

$A = 3\ln(e^2) - e^{\ln(5)}$ $\qquad C = e^{\frac{\ln(5)}{2}}$ $\qquad E = \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\right)$

$B = e^{4\ln(1/3)}$ $\qquad D = \ln(e^{-1})$

TSI 2.1 *lycée Monge* 2023-2024 DM n°10

Devoir Maison n°10
pour Mardi 28 novembre à 8h

La présentation et la rédaction devront être soignées.
Les exercices ou questions avec ★ sont facultatifs.

Exercice 1.

On considère les quatre nombres complexes suivants :

$$z_1 = -3 + 3i \quad z_2 = 2\sqrt{3} - 6i \quad z_3 = 2 + 2\sqrt{3}i \quad z_4 = 2 - 2i$$

1. Déterminer une forme exponentielle pour chacun de ces quatre complexes.

2. Déterminer une forme exponentielle de $z_1 \times z_2$, de $\frac{z_4}{z_1}$, de $\frac{z_2}{z_4}$ et de $(z_3)^6$.

Exercice 2.

On note $z = \frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}$.

1. Déterminer le module de z.

2. Déterminer la forme algébrique de z.
Montrer qu'elle peut s'écrire $z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$.

3. Calculer z^{2023} (*on donnera un argument entre* $-\pi$ *et* π).

★ Exercice 3.

On note A le point d'affixe 1 et pour tout $z \in \mathbb{C}\backslash\{1\}$, on considère M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z' défini par $z' = \frac{z-1}{1-\bar{z}}$.

1. À quelle condition sur M a-t-on $A = M'$?

2. **(a)** Démontrer que $z' \in \mathbb{U}$ et interpréter graphiquement cette propriété.

(b) Démontrer que $\frac{z'-1}{z-1} \in \mathbb{R}$ et interpréter graphiquement cette propriété.

3. Donner une construction géométrique de M' connaissant M.

Exercice 4.

Écrire sous la forme la plus simple possible les nombres (ou expressions) suivant(e)s :

$A = 3\ln(e^2) - e^{\ln(5)}$ $\qquad C = e^{\frac{\ln(5)}{2}}$ $\qquad E = \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\right)$

$B = e^{4\ln(1/3)}$ $\qquad D = \ln(e^{-1})$