



Cahier de vacances



1. Ranger.

Retrouver tous les chapitres, et les ranger (ordre chronologique ou par thème), en s'aidant du site :

<http://a-crida.toile-libre.org/tsi1/tsi1.html>.

Récupérer si besoin les photocopiés manquants !

2. Réviser les formules, méthodes et définitions de base.

Ces formules et définitions doivent être sues parfaitement et maîtrisées de manière sûre, car elles sont à la base de beaucoup d'exercices.

Elles sont à réviser, réécrire, réciter ... très régulièrement, jusqu'à ce qu'elles deviennent naturelles !

Faire une fiche regroupant toutes les méthodes d'algèbre peut être très utile !

Analyse et calculs :

- courbes des fonctions usuelles et limites usuelles (suites et fonctions) ;
- croissances comparées, équivalents usuels ;
- factorisation d'un polynôme de degré 2 ;
- formules de dérivées ;
- théorème et inégalité des accroissements finis ;
- théorème des valeurs intermédiaires ;
- théorème de la bijection et exemple d'application ;
- formule de l'intégration par parties ;
- calculer une intégrale avec un changement de variable ;
- développements limités usuels ;
- formule de Taylor-Young ;
- solutions des équations différentielles homogènes linéaires d'ordres 1 et 2 ;
- formules de trigonométrie ;
- racines de l'unité (chapitre Nombres complexes) ;
- sommes des entiers, sommes des puissances (chapitre Sommes et produits) ;
- terme général d'une suite arithmétique, géométrique ;
- formule du binôme de Newton (chapitre Dénombrement).

Géométrie :

- milieu d'un segment, coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} , distance AB ;
- calcul du produit scalaire et déterminant en dimension 2 et 3, calcul du produit vectoriel ;
- liens entre produit scalaire, produit vectoriel, déterminant et colinéarité, orthogonalité ;
- projeté orthogonal sur une droite, un plan.

Algèbre :

- espaces vectoriels usuels (\mathbb{K}^n , $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, espaces de fonctions) : opérations, base canonique, dimension (le cas échéant) ;
- définition d'un sous-espace vectoriel et méthodes (cas général et dimension finie) ;
- définition du supplémentaire et méthodes (cas général et dimension finie) ;
- définition d'une famille libre, d'une famille génératrice, d'une base et méthodes (cas général et dimension finie) ;
- définition de la dimension d'un espace vectoriel ;
- montrer qu'une application est linéaire ;
- définition du noyau d'une application linéaire et de l'image et méthodes (cas général et dimension finie) ;
- définitions et caractérisations d'une application linéaire injective, surjective ;
- théorème du rang ;
- trouver la matrice d'une application linéaire, donner une base de l'image à partir de la matrice ;
- construire et interpréter une matrice de passage, formules de changement de base.

Probabilités :

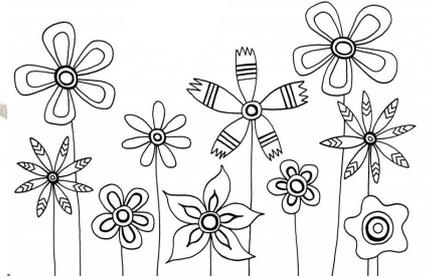
- définition de la probabilité conditionnelle, critère d'indépendance de deux événements ;
- formules des probabilités composées, totales (avec hypothèse !), probabilités des causes et Bayes ;
- espérance et variance d'une variable aléatoire, formule de König-Huygens ;
- loi binomiale : savoir justifier et connaître $X(\Omega)$ et $\mathbf{P}(X = k)$.

3. Pratiquer.

Les exercices ou questions avec ** sont basiques et les exercices avec ★ demandent un peu plus de réflexion, .
 Les réponses ou éléments de correction sont disponibles ici : <http://a-crida.toile-libre.org/tsi1/tsi1.html>.

**** Exercice 1.**

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$.
 Montrer que pour tout $n \geq 0$, $u_n = 3^{n+1} - 1$.
2. Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \sqrt{v_n + 2}$.
 - (a) Montrer que pour tout n , $v_n \in [0; 2]$.
 - (b) Montrer par récurrence que (v_n) est croissante.



**** Exercice 2.**

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = u_1 = 1$ et pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$.
 Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $u_n = 2^{n+1} - 3^n$.

**** Exercice 3.**

Dériver les fonctions suivantes :

- | | | |
|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
| (a) $f(x) = 2x \cos(1 + \frac{1}{x})$ | (e) $f(x) = x + 5 + \frac{2x+7}{x^2-1}$ | (i) $f(x) = \ln(3 - 2x)$ |
| (b) $f(x) = -5x + \frac{2}{3x}$ | (f) $f(x) = (2x - 1)^3$ | (j) $f(x) = \cos(\frac{-x}{\pi} + 1)$ |
| (c) $f(x) = (2x - 1)\sqrt{x}$ | (g) $f(x) = \arctan(3x + 5)$ | (k) $f(x) = xe^{-2x} + 2x + 1$ |
| (d) $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$ | (h) $f(x) = \frac{4}{(2x+5)^3}$ | (l) $f(x) = \exp(\frac{1}{x^2})$ |

**** Exercice 4.**

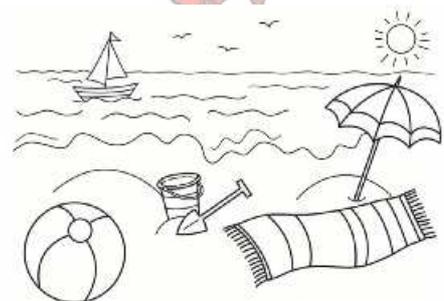
Déterminer la forme trigonométrique (exponentielle) des nombres complexes suivants :

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|--|
| $z_1 = (-1 - i)^{15}$ | $z_3 = -6 + 2i\sqrt{3}$ | ★ $z_5 = -\cos(7\frac{\pi}{11}) - i \sin(7\frac{\pi}{11})$ |
| $z_2 = (\frac{i}{\sqrt{3-i}})^2$ | $z_4 = -e^{-i\frac{\pi}{4}}$ | ★ $z_6 = \sin(\frac{3\pi}{5}) - i \cos(\frac{3\pi}{5})$ |

Exercice 5.

Soient A, B et C des points du plan complexe d'affixes respectives $z_A = -2e^{i\frac{\pi}{3}} + 1$, $z_B = -3e^{i\frac{\pi}{6}} + 3i$ et $z_C = e^{5i\frac{\pi}{3}}$.

1. Représenter ces points dans le plan complexe.
 Que peut-on conjecturer quant aux droites (AC) et (OB) .
2. Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B}$ et en préciser un module et un argument.
3. Le résultat précédent confirme-t-il votre conjecture ?



★ Exercice 6.

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+1}-1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Déterminer un équivalent de $f(x)$ au voisinage de 0 (on pourra faire un DL à l'ordre 1 pour le dénominateur).
 La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

✿✿ Exercice 7.

Soit f définie sur $[0, 2\pi[$ par $f : [0, 2\pi[\rightarrow \mathbb{R}$

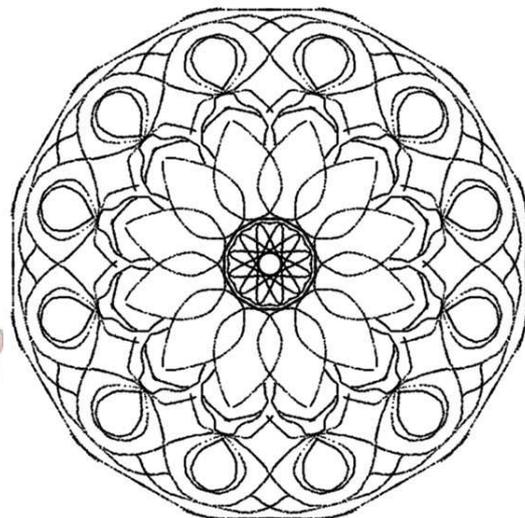
$$x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2}{1-\cos(x)} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue sur $[0, 2\pi[$.

✿✿ Exercice 8.

Déterminer les développements limités ...

- ... à l'ordre 4 en 0 de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$;
- ... à l'ordre 6 en 0 de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cos(x)$;
- ... à l'ordre 4 en 0 de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{1+\sin(x)}$;
- ... à l'ordre 6 en 0 de la fonction $f : x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{\cos(x)}$;
- ... à l'ordre 7 en 0 de la fonction $f : x \mapsto e^{\cos(x)}$.



✿✿ Exercice 9.

Pour tout x de $]0, +\infty[$, on définit $g(x) = x^2 + \ln(x) - 2$.

Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une unique solution α et justifier que $1 < \alpha < 2$.

Exercice 10.

On pose $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{2}{x} \right)$ et on définit la suite (u_n) par $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

On suppose que pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \geq \sqrt{2}$.

- Justifier que f est dérivable sur $[\sqrt{2}; +\infty[$.

Calculer $f'(x)$ et montrer que $\forall x \in [\sqrt{2}; +\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

- Rappeler l'inégalité des accroissements finis.

L'utiliser pour prouver que $\forall x \in [\sqrt{2}; +\infty[$, $|f(x) - \sqrt{2}| \leq \frac{1}{2}|x - \sqrt{2}|$.

- En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $|u_n - \sqrt{2}| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |u_0 - \sqrt{2}|$.

- Que peut-on dire quant à la convergence de (u_n) ?

Pour quelles valeurs de n le nombre u_n est-il une approximation de $\sqrt{2}$ à 10^{-4} près ?

- Écrire une fonction Python qui prend comme argument un entier n et renvoie une valeur approchée de u_n . Représenter graphiquement la suite (n en abscisses, u_n en ordonnées) et vérifier les résultats obtenus à la question précédente.

Exercice 11.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-x}$.

- (a) Calculer les limites de $f(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

(b) La courbe représentative de f a-t-elle une asymptote ?

- Étudier les variations de f et préciser ses éventuels extrema locaux.

- Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

- Tracer l'allure de la courbe représentative de f , ainsi que sa tangente au point d'abscisse 0.

On donne $e^{-1} \approx 0,4$ et $5e^{-4} \approx 0,1$

- (a) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $] -\infty; 1[$. Cette solution sera notée α .

(b) Montrer que $-1 < \alpha < 0$. Puis placer α sur la courbe tracée dans la question 4..

✿✿ Exercice 12.

1. Déterminer par un calcul direct :

$$\int_{-1}^2 (e^x + \cos x + 3x + 1) dx \quad \text{et} \quad \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 3x^5 + \sqrt{x} \right) dx$$

2. Déterminer par une intégration par parties :

$$\int_0^1 x e^{-x} dx \quad \text{et} \quad \int_0^t \cos(x) e^x dx \quad (\text{double intégration par parties}) \quad \text{et} \quad \int_1^e x \ln(x) dx$$

3. Déterminer par le changement de variable indiqué :

$$\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx \quad \text{avec } u = \ln(x) \quad \text{et} \quad \int_1^t \frac{1}{x(1 + \sqrt{x})} dx \quad \text{avec } x = u^2.$$

Exercice 13.

On considère, pour tout n de \mathbb{N} , l'intégrale $I_n = \int_0^1 \frac{x}{1+x^n} dx$.

- En remarquant que $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{1+x}$, calculer I_1 .
- Calculer I_2 .
- Étudier la monotonie de la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- Montrer que pour tout $x \in [0; 1]$, $\frac{x}{2} \leq \frac{x}{1+x^n} \leq x$.
En déduire que (I_n) est bornée par $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$.
- (I_n) est-elle convergente ?



✿✿ Exercice 14.

Résoudre les équations différentielles suivantes.

- $2y' - 3y = 0$
- $y' + y = 3e^{2x}$
- $y' - 2y = 3 \cos(3x) + 4e^x$
- $y' - 3y = 2e^{3x}$

✿✿ Exercice 15.

Résoudre les équations différentielles suivantes.

(Donner les solutions à valeurs dans \mathbb{C} et celles à valeurs dans \mathbb{R}).

- $y'' + y = 3 \sin(x)$;
- $x'' - 3x' + 2x = 2e^t$;
- $y'' - 2y' + 5y = 2e^{2x}$;
- $y'' - 2y' + y = 3e^x$.

Exercice 16.

On considère l'équation $(E) : y'' + 4y = \cos(2x)$ où y est définie sur \mathbb{R} à valeurs réelles. Déterminer la solution y de l'équation (E) telle que $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

★ Exercice 17.

Un mobile se déplace sur les points à coordonnées entières d'un axe gradué. À l'instant 0 il est à l'origine. Il se déplace à chaque instant, de façon équiprobable, d'une unité sur la droite ou de deux unités sur la droite. On admet que les déplacements sont mutuellement indépendants. On note X_k la distance parcourue au cours du k -ième déplacement.

- Donner la loi de X_k .
- Soit $Y_k = X_k - 1$ reconnaître la loi suivie par Y_k
- Soit $Z_n = \sum_{k=1}^n Y_k$. Reconnaitre la loi de Z_n .
- Soit W_n la distance parcourue au bout de n sauts. Donner la loi de W_n .



Exercice 18.

On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée. Soit Y le rang du premier « pile » obtenu. Si l'on n'obtient aucun « pile » au cours des trois lancers, Y prend la valeur 0. Déterminer la loi de Y , son espérance et sa variance.

✿✿ Exercice 19.

On dispose d'un dé équilibré et de trois boîtes. La boîte n°1 contient 2 boules rouges et 3 boules vertes. La boîte n°2 contient 1 boule rouge et 1 boule verte. La boîte n°3 contient 4 boules rouges et 1 boule verte. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A : conditionnement, indépendance.

On lance le dé, s'il donne 1, 2 ou 3, on pioche une boule dans la boîte n°1, si il donne 4 ou 5, on pioche dans la boîte n°2 et s'il donne 6 on pioche dans la boîte n°3.

On note D la variable aléatoire qui donne le résultat du dé, et R l'événement « la boule piochée est Rouge ».

1. Donner la loi de D .
2. À l'aide de la formule des probabilités totales, déterminer $\mathbf{P}(R)$.
3. On a pioché une boule rouge, quelle est la probabilité que le dé ait fait 6 ?
4. Les événements R et $(D = 6)$ sont-ils indépendants ?
5. Désormais une fois le tirage de la boule fait, on pioche une deuxième boule dans la même boîte, sans avoir remis la première.
Quelle est la probabilité de piocher une boule verte puis une boule rouge ?

Partie B : variables aléatoires, lois usuelles.

On se place ici dans la boîte n°1, et on pioche 20 fois de suite dans cette boîte, avec remise entre chacun des tirages.

On appelle X la variable aléatoire du nombre de boules vertes piochées à la fin des 20 tirages.

1. Justifier que la probabilité p de piocher une boule verte dans cette boîte est de $\frac{3}{5}$.
2. Déterminer la loi de X . On précisera les valeurs prises par cette variable, ainsi que la probabilité de chacune.
3. Quelle est la probabilité de piocher au moins une boule verte ?
4. Déterminer l'espérance et la variance de X .
5. On associe à cette situation un jeu : le joueur gagne 10 euros chaque fois qu'il pioche une boule verte, mais doit en donner 8 s'il pioche une boule rouge.
On note G le gain à l'issue des 20 tirages.
Exprimer G en fonction de X et donner le gain moyen.

Exercice 20.

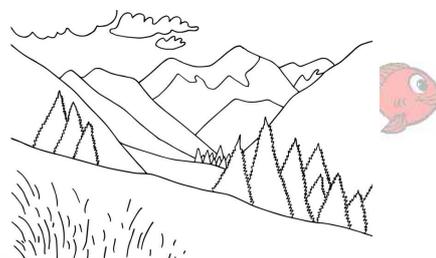
Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 3y - z = 2 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + z - t = 1 \\ x - y - z + t = 2 \\ x - y - z - t = 3 \end{cases}$$

✿✿ Exercice 21.

Soit $F = \{P \in \mathbb{R}[X] \mid P + 3XP' = 0\}$.
Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$.



★ Exercice 22.

Dans \mathbb{R}^4 , on donne $u_1 = (1, 0, 1, 1)$, $u_2 = (2, 1, 3, 0)$, $u_3 = (1, -1, 1, 1)$.

1. Prouver que (u_1, u_2, u_3) est une famille libre et la compléter pour obtenir une base de \mathbb{R}^4 .
2. Déterminer un sous-espace vectoriel supplémentaire de $G = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$ dans \mathbb{R}^4 .

✿✿ Exercice 23.

Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + z = 0\}$ et $G = \text{Vect}(e_1)$ avec $e_1 = (1, 1, 0)$.

1. Justifier que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
2. Prouver alors que $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$.

✿✿ Exercice 24.

Soient $u_1 = (1, 2, 0)$, $u_2 = (0, 2, 1)$ et $u_3 = (1, 1, 1)$ des vecteurs de \mathbb{R}^3 (coordonnées données dans la base canonique).

1. Montrer (ou admettre) que $\mathcal{B} = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de \mathbb{R}^3 .
Écrire la matrice de passage de la base canonique vers cette base.
2. Dans la base canonique, $u = (1, 4, 7)$.
Déterminer ses coordonnées dans la base \mathcal{B} .

Exercice 25.

On considère la famille $\mathcal{F} = (P_0, P_1, P_2, P_3)$ avec $P_0 = X$, $P_1 = 1+X$, $P_2 = 1+X+X^2$ et $P_3 = 1+X+X^2+X^3$.

1. Justifier que \mathcal{F} est une base de $\mathbb{R}_3[X]$ et donner la matrice de passage de la base canonique de $\mathbb{R}_3[X]$ vers la base \mathcal{F} . On note cette matrice Q .
2. Déterminer Q^{-1} .
3. Soit P un polynôme quelconque de $\mathbb{R}_3[X]$ noté $P = a + bX + cX^2 + dX^3$, on note U la matrice de ses coordonnées dans la base canonique de $\mathbb{R}_3[X]$.
Déterminer V la matrice de ses coordonnées dans la base \mathcal{F} .

✿✿ Exercice 26.

Justifier que les applications suivantes sont linéaires et écrire leurs matrices dans les bases canoniques :
 $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto (2x + 3y, x - z)$ et $g : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X], P \mapsto 3P + P'(3)$

✿✿ Exercice 27.

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ et $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ les deux applications linéaires définies, en coordonnées cartésiennes, par

$$f(x, y) = (2x + y, -y, x - 2y), \quad g(x, y, z) = (x - z, 2y).$$

1. Trouver les matrices A et B qui représentent f et g dans les bases canoniques de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .
2. Calculer AB et BA et en déduire les expressions des applications $f \circ g$ et $g \circ f$.

✿✿ Exercice 28.

Soit f l'application : $\mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X], P \mapsto XP'(X) - P(1)$.

1. Déterminer la matrice de f dans la base canonique.
2. En déduire son image, et son noyau.

☀☀ Exercice 29.

Soit f l'application de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^4 définie pour tous x, y réels par

$$f((x, y)) = (x + 2y, x, x + y, 3x + 5y).$$

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer $\text{Ker}(f)$ et préciser sa dimension.
3. Déterminer $\text{Im}(f)$ et préciser sa dimension.
4. Construire la matrice A de f dans les bases canoniques (notées \mathcal{C}_2 pour \mathbb{R}^2 et \mathcal{C}_4 pour \mathbb{R}^4).
5. On note $u_1 = (1, 1)$ et $u_2 = (-1, 1)$, et on admet que $\mathcal{B}_2 = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
On note $v_1 = (1, 0, 0, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0, 0)$, $v_3 = (1, 1, 1, 0)$ et $v_4 = (1, 1, 1, 1)$ et $\mathcal{B}_4 = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, on admet que c'est une base de \mathbb{R}^4 .
Déterminer la matrice de f de la base \mathcal{B}_2 vers \mathcal{B}_4 .

☀☀ Exercice 30.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point $A(1, 2)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = (-2, 3)$.
2. Soit (D) la droite d'équation $2x + y - 1 = 0$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point $A(1, 2)$ et perpendiculaire à (D) .
3. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB) avec $A(-3, 0)$ et $B(-2, 4)$.
4. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de B sur (D) , puis la distance de B à la droite (D) .

Exercice 31.

Dans un repère orthonormé, on donne les point $A(1; 2)$ et $B(5; 3)$.

1. Déterminer les coordonnées des points C et D tels que $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{DB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$.
2. Calculer le déterminant des vecteurs \vec{AC} et \vec{BD} .
Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?
3. Les droites (AC) et (BD) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 32.

Chercher l'erreur :



☀☀ Exercice 33.

Déterminer une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques du plan dans chacun des cas suivants :

1. plan passant par $A(1, 1, 1)$, $B(2, 1, -1)$ et $C(1, 0, 1)$;
2. plan passant par $A(-2, 1, -3)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$;
3. plan de vecteur normal $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et qui passe par $A(0, -1, -3)$.

Exercice 34.

Déterminer le réel z tel que les vecteurs $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$ soient coplanaires.

Exercice 35.

On rapporte l'espace à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On considère les points $A(-1; 1; 2)$, $B(2; -3; 0)$ et $C(0; 2; 1)$.

1. Quelles sont les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC ?
2. Déterminer les coordonnées de G , barycentre de $(A, -1)$, $(B, 1)$ et $(C, -2)$.
3. Déterminer le point D tel que O soit l'isobarycentre des points A , B et D .

Exercice 36.

Remplacer dans la grille les lettres par les résultats des calculs.
Puis compléter la grille selon les règles du sudoku : chaque case contient un nombre entre 1 et 9, et il ne faut jamais utiliser deux fois le même nombre sur une ligne, une colonne, ou un carré.

$$A = (-\sqrt{3})^2$$

$$B = 4 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)$$

$$C = \frac{2^4 \times 2^3}{4^2}$$

$$D = \frac{5^5 \times 125}{5^6} - 22$$

$$E = (\sqrt{3} + i)(\sqrt{3} - i)$$

$$F = 4 \times \frac{x+3}{x} \text{ pour } x = 12$$

$$G = 2 \times \frac{11}{5} + \frac{26}{10}$$

$$H = \frac{x^2 - 4}{3} \text{ pour } x = 5$$

$$I = \frac{9^2 \times 3^3}{27 \times 3^4}$$

$$J = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{10}\right) \times \left(\frac{9}{8} + \frac{13}{24}\right)$$

$$K = \frac{1}{5} \left(\left(\frac{(3 - \sqrt{5})^2}{2} - 7\right)^2 \right)$$

A						9	
	K		2	B		F	4
5			K		H	I	
J	1				D		E
B		E		K		A	8
	G		F				1 9
		G	6		I		3
I		F		C	K		J
	A					8	1

4. Pour aller plus loin.

Refaire des sujets de DS, de DM, le concours blanc ...

Bon courage, et surtout bonnes vacances ...
... subtilement équilibrées entre repos, détente et travail!

