

ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

Exercice 1.

Résoudre les équations suivantes :

(a) $x^4 + x^2 - 2 = 0$ sur \mathbb{R} (b) $\tan(x) + \frac{3}{\tan(x)} = 4$ sur $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[\setminus\{0\}$ (c) $2e^{2x} - 5e^x - 3 = 0$ sur \mathbb{R}
 ★ (d) $2\sin^4(x) - 3\sin^3(x) - 3\sin^2(x) + 2\sin(x) = 0$ sur $[-\pi; \pi[$

Exercice 2.

Résoudre : (a) $|2x - 5| = 3$ (b) $|x + 1| \leq 3$ (c) $|x + 1| > 4$ (d) $|2x - 4| \leq |x - 1|$

★ Exercice 3.

Résoudre $|x| + |x + 2| = 3$ et $|x - 1| + |2x - 1| = |x + 1|$.

Exercice 4.

Résoudre dans $[0, 2\pi[$:

(a) $\tan(x) = -1$ (c) $\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ (e) $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$
 (b) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ (d) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (f) $\sin(x) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 5.

Étudier le signe de :

(a) $1 - \ln(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $]0; +\infty[$ (d) $(3x - 12) \ln(2x - 3)$ lorsque x varie dans $] \frac{3}{2}; +\infty[$
 (b) $1 - e^{\frac{x}{5}}$ lorsque x varie dans \mathbb{R} (e) $\ln(x^2 + x + 1)$ lorsque x varie dans \mathbb{R}
 (c) $\sin(x) - x$ sur \mathbb{R} (f) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x+1}$ pour x dans $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}; 0\}$.

Exercice 6.

1. Montrer que pour tout x de \mathbb{R} , $e^x \geq 1 + x$.
2. Montrer que pour tout $x > -1$, $\ln(1 + x) \leq x$.
3. Montrer que pour tout $x \geq 0$, $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1 + x)$.
4. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, on a $\sin(x) \leq x$.

Exercice 7.

An amount of 200 euros is deposited into an account paying 2% per annum, compounded annually.

1. How much is the amount after x years ?
2. How many years do we have to wait to get at least 230 euros ?

Exercice 8.

Résoudre : (a) $x \ln(3x + 2) \geq 0$ (b) $\ln(-x - 5) = \ln(x - 43)$ (c) $6 \sin(2x) + 2 = -1$
 (d) $x = \sqrt{x + 2}$ (e) $\cos(x) + \sqrt{3} \sin(x) = 1$ (f) $x \ln(2x + 1) = 3x$ (g) $3 + e^{2x-1} = 7$