Fonctions circulaires

Exercice 1. Rafraîchissement de mémoire ☺.

Compléter (lorsque la valeur existe !) le tableau suivant :

θ	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$
$\cos(\theta)$							
$\sin(\theta)$							
$\tan(\theta)$							

Exercice 2.

1. Calculer $\cos(\arcsin(x))$ et $\sin(\arccos(x))$.

★ **2.** En déduire la preuve des formules des dérivées de arccos et arcsin.

Exercice 3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi[$:

(a) $\cos(4x) = -\frac{1}{2}$
(b) $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = -1$
(c) $\sin(2x) = \frac{1}{3}$
(d) $\sin(x) - \sin(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$
(e) $\sin(2x) = \cos(x)$
(f) $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$

Exercice 4.

Résoudre sur $[0, 2\pi[$: **(a)** $2\sin(x) - 1 > 0$ **(b)** $\tan(x) < 1$

(*On pourra s'appuyer sur la représentation graphique de* sin *et* tan *ou sur le cercle trigonométrique.*)

Exercice 5.

Simplifier au maximum

1. $\arccos(\cos(\frac{3\pi}{4}))$
2. $\arccos(\cos(\frac{8\pi}{3}))$
3. $\arccos(\cos(\frac{-7\pi}{5}))$
4. $\arcsin(\sin(\frac{-\pi}{6}))$
5. $\arcsin(\sin(\frac{3\pi}{4}))$
6. $\arcsin(\sin(\frac{13\pi}{6}))$
7. $\arctan(\tan(\frac{\pi}{4}))$
8. $\arctan(\tan(\frac{7\pi}{4}))$
9. $\arctan(\tan(\frac{-5\pi}{6}))$

Exercice 6.

Pour $x \in [-1; 1]$, simplifier : $A(x) = \cos(2\arccos(x))$ et $B(x) = \cos(2\arcsin(x))$.

Exercice 7.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \arccos(\cos(x)) + \frac{1}{2}\arccos(\cos(2x))$

1. Montrer que l'on peut restreindre l'étude de f à l'intervalle $[0; \pi]$ et préciser comment en déduire la courbe représentative de f sur $\mathbb{R}$.

2. Montrer que pour tout $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$, on a $f(x) = 2x$.

3. Déterminer l'expression de $f(x)$ sur $]\frac{\pi}{2}; \pi]$.

4. Tracer la courbe représentative de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8.

1. Démontrer que pour tout x de $[-1; 1]$, $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$.

2. Démontrer que $\left| \begin{array}{l} \text{pour tout } x > 0,\ \arctan(x) + \arctan(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2} \\ \text{pour tout } x < 0,\ \arctan(x) + \arctan(\frac{1}{x}) = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$.

Exercise 9.

1. Draw the graph of the function $x \mapsto \arcsin(\sin(x))$ over the interval $[-\pi, \pi]$.

2. Draw the graph of the function $x \mapsto \arctan(\tan(x))$ over $[0, 2\pi[\setminus\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\}$.