

DÉTERMINATION DE PRIMITIVES ET CALCULS D'INTÉGRALES

Exercice basique à savoir refaire

★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

Exercice 1.

Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 - 4x + \frac{1}{x}$$

$$j(x) = 3x(x^2 + 7)^4$$

$$n(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x+2}}$$

$$g(x) = e^{3x-4}$$

$$k(x) = \frac{1}{2x}$$

$$p(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$$

$$h(x) = \frac{3x^2+2}{(x^3+2x+4)^5}$$

$$l(x) = 3xe^{x^2}$$

$$q(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$i(x) = \cos^3(x) \sin(x)$$

$$m(x) = \frac{-4x+6}{x^2-3x+5}$$

Exercice 2.

Dans chacun des cas suivants, sur l'intervalle indiqué, déterminer la primitive qui s'annule en x_0 .

1. sur $]0; +\infty[$, $f(x) = \frac{1}{7x} + \sin(3\pi x)$ avec $x_0 = 1$;

2. sur \mathbb{R} , $h(x) = 3x - 7$ avec $x_0 = -1$.

Exercice 3.

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes :

$$A = \int_1^2 1 \, dt \text{ (notée aussi } \int_1^2 dt) \quad B = \int_0^1 e^{-3t} \, dt \quad C = \int_0^\pi \left(x^2 + \cos\left(\frac{3x}{2}\right) \right) \, dx$$

$$D = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} \, dx \quad E = \int_{-3}^{-2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) \, dx \quad F = \int_{-1}^1 4(2x-11)^3 \, dx$$

★ Exercice 4.

Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 ab^2 \, da \quad \int_0^1 ab^2 \, db \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{3}} \sin(x) \cos(2x) \, dx$$

★ Exercice 5.

Soit $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 + x - 2}$.

1. Factoriser $x^2 + x - 2$ sous la forme $(x - \alpha)(x - \beta)$ avec $\alpha < \beta$.

2. Trouver les réels a, b, c tels que $f(x) = a + \frac{b}{x-\alpha} + \frac{c}{x-\beta}$

3. Calculer $\int_2^3 f(x) \, dx$.