

POLYNÔMES

☞ **Exercice basique à savoir refaire**

★ **Exercice un peu plus difficile, non indispensable**

☞ **Exercice 1.**

- Find the linear function whose slope is 2 and whose graph passes through the point $A(0; 3)$.
- Find the linear function f whose graph passes through the points $A(-2; 2)$ et $B(0; 1)$.

☞ **Exercice 2.**

Déterminer la racine et construire le tableau de signe des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x - 4$$

$$g(x) = -x + 11$$

$$h(x) = 3(x - 4) - 7(x + 1) - 2$$

Exercice 3. Étude de la forme canonique.

- À partir de la représentation graphique de $x \mapsto x^2$, déduire la représentation graphique de :
 $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$ $g : x \mapsto 2(x + 3)^2$ $h : x \mapsto -\frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2$ $k : x \mapsto 3(x - 2)^2 + 1$
- Sans calcul ni graphique, déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans chacun des cas suivants :
 - $f(x) = 4(x + 1)^2 + 7$
 - $f(x) = -2(x - 3)^2 + 1$
 - $f(x) = (x + 3)^2 - 1$
 - $f(x) = 2(x - 5)^2$

Exercice 4. Mise sous forme canonique et factorisation.

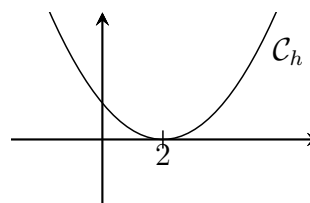
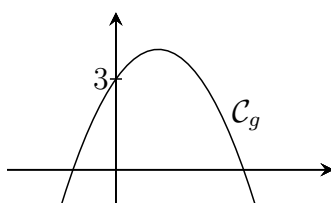
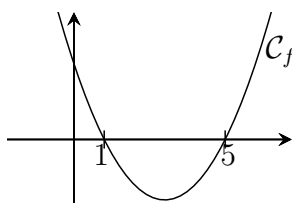
On va essayer de mettre le polynôme $3x^2 - 9x - 12$, sous la même forme que celles étudiées dans l'exercice 3., puis le factoriser.

- Compléter : $x^2 - 3x = x^2 - 2 \times \dots \times x$
 $= (x - \dots)^2 - \dots^2$

- En déduire la forme voulue pour $3x^2 - 9x - 12$.
- Factoriser par 3 et reconnaître une identité remarquable et l'appliquer.

Exercice 5.

For each of the following graphs, find a quadratic function that could have this graph.



Exercice 6.

Mettre les polynômes suivants sous forme canonique et en déduire le nombre de racines.

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$$

$$g(x) = -x^2 + 2x - 2$$

$$h(x) = 3x^2 + 6x + 3$$

$$k(x) = 4x^2 + 16x + 9$$

🔗 Exercice 7.

Déterminer les racines, réelles ou complexes, des polynômes suivants. Lorsque le polynôme a une ou deux racine(s) réelle(s), donner sa forme factorisée.

1. $P(x) = -3x^2 - x + \frac{1}{2}$ 3. $P(x) = 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$ 5. $P(x) = 3x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{3}{4}$
 2. $P(x) = 3x^2 - 6x + 15$ 4. $P(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{5}{2}x + \frac{27}{8}$ 6. $P(x) = \frac{4}{3}x^2 + 3x + \frac{27}{16}$

Exercice 8.

Find two numbers whose sum is $\frac{13}{12}$ and product is $\frac{1}{4}$.

★ Exercice 9.

On veut résoudre, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'équation :

$$(E_m) \quad x^2 + (m + 2)x + 9 = 0$$

- Résoudre l'équation dans chacun des cas suivants :
 (a) si $m = 0$ (b) si $m = 4$ (c) si $m = 5$
- On revient au cas général où m est quelconque.
 (a) Calculer le discriminant Δ_m de l'équation (E_m) .
 (b) Étudier le signe de Δ_m en fonction de m .
 (c) En déduire le nombre de solutions de l'équation (E_m) suivant les valeurs du paramètre m .

Exercice 10.

Effectuer la division euclidienne de $2x^3 - x^2 + 4x + 7$ par $x + 1$, puis de $2x^3 - x^2 + 10x - 5$ par $x^2 + 5$.
 Et (éventuellement) de $2x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 20x^2 + 23x - 4$ par $x^2 - 3x + 4$.

🔗 Exercice 11.

- Soit $P(x) = x^3 - \frac{7}{3}x^2 - 2x$. Factoriser au maximum ce polynôme, et préciser ses racines.
- On définit $Q(x) = -2x^3 - 4x^2 + 22x + 24$.
 Déterminer une racine évidente de $Q(x)$, puis factoriser ce polynôme le plus possible.
- Soit $S(x) = -x^3 + 9x^2 + x - 105$.
 Calculer $S(-3)$ puis résoudre l'équation $S(x) = 0$. Factoriser S au maximum.