Introduction : Vecteurs, bases, barycentres.

☞ Exercice basique à savoir refaire
★ Exercice un peu plus difficile, non indispensable

Exercice 1.

1. Donner une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{DE}$, puis entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. Compléter :

$\overrightarrow{AD} = \ldots\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BA} = \ldots\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} = \ldots$
$\overrightarrow{AB} = \ldots\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{BC} = \ldots\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{DB} + \ldots\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EA}$
$\overrightarrow{AD} = \ldots\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ED} = \ldots$	

3. Placer sur le graphique le point F tel que $\overrightarrow{AF} = -8\overrightarrow{CA}$, le point G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{GB}$ et le point H tel que $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AH}$.

☞ Exercice 2.

Construire un parallélogramme $ABCD$, placer les points I, J, K et L milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, et O le point d'intersection de (IK) et (JL).
Compléter par lecture graphique :

1. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{I\ldots} = \overrightarrow{AO}$

2. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{AO}$

3. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IO} = \ldots = \ldots$

4. $\overrightarrow{LO} + \overrightarrow{\ldots O} = \overrightarrow{LI}$

5. $\overrightarrow{LD} + \overrightarrow{OJ} = \ldots$

6. $\ldots + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{KB}$

Exercise 3.

Find out whether the given vectors are linearly dependant (collinear). If so, find the coefficients α and β so that $\alpha\overrightarrow{u} + \beta\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$.

(a) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2,5 \end{pmatrix}$

(b) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$

(c) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(d) $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -5 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 0,6 \\ -4 \end{pmatrix}$

Exercice 4.

Soit $ABCD$ un losange avec $AC = 4$ et $BD = 2$, et Ω son centre.
Soit I le point tel que $\overrightarrow{\Omega I} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

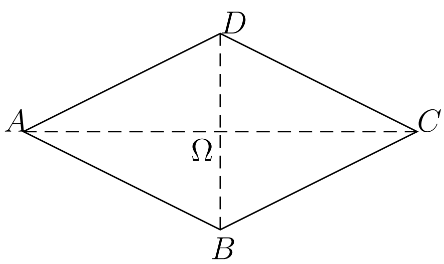
1. Placer le point I sur la figure.

2. Dans le repère $\mathcal{R}_1 = (A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, déterminer les coordonnées cartésiennes

(a) des points A, B, C, D, Ω et I;

(b) du vecteur $\overrightarrow{ID}$;

(c) du milieu du segment $[DC]$



3. Justifier que le repère $\mathcal{R}_2 = (\Omega; \overrightarrow{\Omega I}, \overrightarrow{\Omega D})$ est orthonormé.
En utilisant les coordonnées dans ce repère, calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{ID}$.

☞ Exercice 5.

Dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$, on considère les points $A(3,4)$, $B(2,-6)$ et $C(-3,3)$.

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

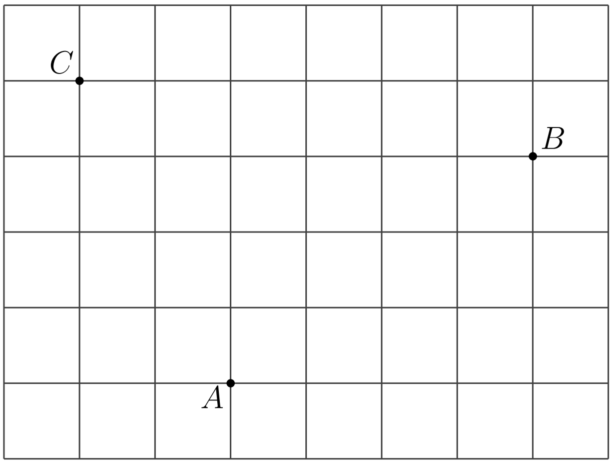
2. Le point $E(\frac{25}{2}, -2)$ est-il sur la médiatrice de $[AB]$?
On rappelle que la médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et de B.

Exercice 6.

Soit ABC un triangle non aplati et I le milieu de $[AB]$.
Déterminer l'ensemble des points $M \in \mathcal{P}$ tels que la famille formée de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ soit liée.

Exercice 7.

Sur la figure ci-dessous, placer le point G_1, barycentre du système $(A,1), (B,2)$ et G_2 le barycentre de $(A,1), (B,1), (C,2)$.



☞ Exercice 8.

On rapporte l'espace à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k})$.
On considère les points $A(-1;1;2)$, $B(2;-3;0)$ et $C(0;2;1)$.

1. Quelles sont les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC ?

2. Déterminer les coordonnées de G, barycentre de $(A,-1)$, $(B,1)$ et $(C,-2)$.

3. Déterminer le point D tel que O soit l'isobarycentre des points A, B et D.

Exercice 9.

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque.
On note G le barycentre des points $(A,2), (B,-1), (C,2)$ et $(D,1)$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
En déduire la construction de G. (*faire une figure*)

★**2.** On note J le milieu de $[AC]$, montrer que $\overrightarrow{JG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$.
Vérifier sur la figure.

★ Exercice 10.

On considère trois points non alignés R, S et T.
L est le barycentre de $(R,3), (S,-2)$ et $(T,2)$.

1. Démontrer que L appartient à la parallèle à (ST) passant par R.

2. Construire L.