

# TRIGONOMÉTRIE.

## ☞ Exercice basique à savoir refaire

### Exercice 1.

1. En remarquant que  $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$ , calculer  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .

*Ne pas oublier que l'équation  $x^2 = a$  a deux solutions lorsque  $a > 0$  :  $x = -\sqrt{a}$  ou  $\sqrt{a}$  !*

Montrer que l'on peut écrire  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ .

2. Calculer  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et le mettre sous une forme similaire.

### ☞ Exercice 2.

Calculer :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)$$

$$C = \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{4}\right)$$

$$B = \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$D = \cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

### Exercice 3.

Simplifier :

$$A(x) = \sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$C(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$B(x) = \sin(-x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$D(x) = \cos(x - \pi) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)$$

### Exercice 4.

Simplifier en utilisant les formules d'addition :

$$A(x) = \sin(4x) \cos(5x) - \sin(5x) \cos(4x)$$

$$C(x) = \frac{\sin(2x)}{\sin(x)} - \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} \quad (\text{pour } x \in ]0, \frac{\pi}{2}[)$$

$$B(x) = \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$$

### Exercice 5.

1. Après avoir justifié que  $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$ , calculer  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ .

2. En exprimant  $\frac{\pi}{12}$  en fonction de  $\frac{\pi}{6}$  et  $\frac{\pi}{4}$ , calculer  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

3. Calculer  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

### Exercice 6.

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

(a)  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$

(c)  $\cos(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

(b)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

(d)  $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

### ☞ Exercice 7.

In each case, find  $A$ ,  $\omega$  and  $\varphi$  such that  $f(t) = A \cos(\omega t - \varphi)$ .

1.  $f(t) = \cos(2t) + \sqrt{3} \sin(2t)$

3.  $f(t) = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3t}{\pi}\right) - \sin\left(\frac{3t}{\pi}\right)$

2.  $f(t) = \cos\left(\frac{t}{\pi}\right) + \sin\left(\frac{t}{\pi}\right)$

4.  $f(t) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{t}{2\pi}\right) + \sqrt{6} \sin\left(\frac{t}{2\pi}\right)$