

SYSTÈMES LINÉAIRES.

Exercice 1.

Écrire le système correspondant à la matrice augmentée A (inconnues x, y et z) et la matrice augmentée du système (b) :

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

$$(b) \begin{cases} 2x + y + z - 4t = 3 \\ x - y + 2t = 3 \end{cases}$$

Exercice 2.

Dans chaque cas, effectuer les opérations demandées :

$$(S_1) \begin{cases} 6x + 2y - t = 12 \\ 2x - 3y + 4z - 5t = 11 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ 3y - 6z = -3 \\ -3x + 2y - 4z = 0 \end{cases}$$

$$L_1 \leftrightarrow L_2$$

$$(S_1) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$=$$

$$=$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1$$

$$(S_2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$(S_1) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$=$$

$$=$$

$$L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1$$

$$(S_2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right) \underset{L}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right) \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \end{array}$$

$$L_3 \leftarrow L_3 - \frac{7}{2}L_2$$

$$\underset{L}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right) \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 - \frac{1}{2}L_2 \end{array}$$

$$(S_2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Exercice 3.

Résoudre les systèmes suivants par la méthode du pivot de Gauss :

$$\Leftrightarrow (S_1) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x + y - 2z = -5 \\ 2x - y - 4z = -11 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} x - iy = 1 \\ ix - y = 1 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} x - y = 2 \\ -x + 2y + z = -3 \\ 2x + 2y + 3z = 7 \end{cases}$$

$$(S_4) \begin{cases} 2x - 2y + z = 4 \\ 2x - 3y + 2z = -1 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$$

Exercice 4.

Solve the following systems of linear equations. Use the gaussian elimination.

$$\begin{aligned} \textcircled{S}_1 \begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + y + 4z = -9 \end{cases} & \quad \textcircled{S}_2 \begin{cases} -y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ x - 2z = -1 \end{cases} & \quad \textcircled{S}_3 \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -x + 7y = 2 \\ 3x - 10y = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{S}_4 \begin{cases} x + 2y - 3z = 6 \\ 2x - y + 4z = 2 \\ x - 3y + 7z = 10 \end{cases} & \quad \textcircled{S}_5 \begin{cases} -2x + 5y + 4z = -17 \\ x - 3y - z = 7 \end{cases} & \quad \textcircled{S}_6 \begin{cases} x - 2y + 3z - 4t = 4 \\ y - z + t = -3 \\ x + 3y - 3t = 1 \\ x + 2y + z - 4t = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

★ Exercice 5.

Démontrer qu'il existe une unique fonction polynomiale de degré 2 prenant la valeur 8 en -1 , -2 en 1 et -4 en 3.

Exercice 6.

Dans chacun des cas suivants, déterminer la position relative des deux droites en utilisant un pivot de Gauss.

- $D_1 : 3x + 5y - 2 = 0$ et $D_2 : x - 2y + 3 = 0$
- $D_2 : 2x - 4y + 1 = 0$ et $D_2 : -5x + 10y + 3 = 0$

Exercice 7.

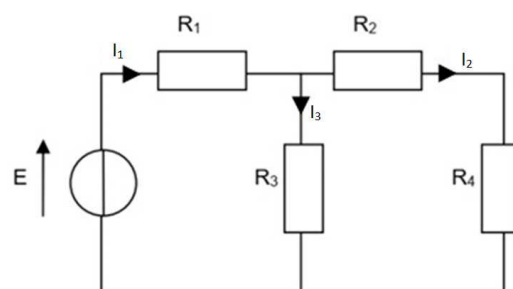
Résoudre selon les valeurs du paramètre m :

$$\begin{aligned} \textcircled{a} \begin{cases} x + (m+1)y = m+1 \\ mx + (m+4)y = 2 \end{cases} & \quad \star \textcircled{b} \begin{cases} (m+1)x - my = 5m+3 \\ mx + (m-1)y = m+2 \end{cases} & \quad \star \textcircled{c} \begin{cases} mx + y + z = m^2 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Exercice 8.

Dans cet exercice, on cherche à déterminer les intensités des courants.

- Écrire les trois équations issues des lois des mailles. Cela forme un système, l'échelonner et en déduire son rang. Interpréter.
- Comment faire pour résoudre le problème ?

**★ Exercice 9.**

Soit a un nombre réel.

Déterminer selon les valeurs de a le rang de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix}$.

Exercice 10.

Résoudre l'équation différentielle $y' + 3y = 4 \cos(2x)$.