

# ESPACES PROBABILISÉS FINIS.

- ☞ **Exercice ou question basique à savoir refaire**
- ★ **Exercice un peu plus difficile, non indispensable**

## Exercice 1.

On lance deux dés à 6 faces numérotées de 1 à 6. On définit les événements suivants :

- $A$  : « obtenir au moins un 6 »
- $B$  : « obtenir deux 6 »
- $C$  : « obtenir deux nombres strictement inférieurs à 6 »
- $D$  : « obtenir deux nombres dont la somme est 1 »
- $E$  : « obtenir deux nombres impairs »
- $F$  : « obtenir deux nombres dont la somme est supérieure ou égale à 2 »
- $G$  : « obtenir deux nombres dont la somme est 6 »

Parmi ces événements, citer au moins :

1. un événement certain, un événement impossible : .....
2. deux événements contraires : .....
3. deux événements incompatibles mais pas contraires : .....
4. un événement élémentaire : .....
5. deux événements dont l'un est inclus dans l'autre : .....

## Exercice 2.

Un automobiliste rencontre sur son trajet tous les jours 4 feux tricolores. Au moment où il arrive, chaque feu est soit vert soit orange soit rouge. On s'intéresse aux états successifs des feux dans l'ordre où ils sont rencontrés.

1. Déterminer un univers pour cette expérience et indiquer son cardinal.
2. Décrire par une phrase l'événement  $A$  défini par :  
 $A = \{VVVR, VVRV, VRVV, RVVV, VVVO, VVOV, VOVV, OVVV, VVVV\}$ .
3. Quel est le contraire de  $A$  ?

## ☞ Exercice 3.

Soient  $\Omega$  un univers,  $A$ ,  $B$  et  $C$  des événements.  
 Décrire à l'aide de  $A$ ,  $B$  et  $C$  et des notations ensemblistes (réunion, intersection et complémentaire) les événements suivants :

1. « seul  $A$  se réalise »: .....
2. «  $A$  et  $B$  se réalisent mais pas  $C$  »: .....
3. « exactement deux événements parmi  $A$ ,  $B$  et  $C$  se réalisent »: .....
4. « au plus deux événements se réalisent »: .....
5. « au moins un des trois événements se réalise »: .....
6. « les trois événements se réalisent »: .....
7. «  $B$  au moins se réalise »: .....

**Exercice 4.**

- Déterminer la probabilité modélisant le lancer d'un dé truqué de telle sorte que la probabilité de tomber sur une face soit proportionnelle au numéro qu'elle porte.  
Quelle est alors la probabilité de tomber sur une face portant un numéro pair ?
- Cette fois les faces portant un nombre pair ont toutes les mêmes chances d'apparaître, idem pour les faces impaires, et il y a deux fois plus de chances d'avoir un numéro pair qu'un numéro impair.  
Déterminer la probabilité de chaque face.  
Quelle est la probabilité de tomber sur un numéro entre 1 et 3 (compris) ?

**☞ Exercice 5.**

On joue à la bataille navale sur une grille de 10 par 10, les lignes sont numérotées de 1 à 10 et les colonnes sont nommées de  $A$  à  $J$ .

Pour choisir au hasard la case que l'on va annoncer à son adversaire, on lance un dé équilibré numéroté de 1 à 10, qui donne le numéro de la colonne (avec la conversion  $A$  pour 1,  $B$  pour 2 ...), puis on relance le dé pour avoir le numéro de la ligne.

On définit les événements :

- \*  $E_1$  : « on tombe sur une des cases des trois premières colonnes »
- \*  $E_2$  : « on tombe sur une case de la ligne 3 »
- \*  $E_3$  : « on tombe sur la case  $F5$  ».

- Décrire  $\Omega$  et les événements  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , et calculer leurs probabilités.
- Calculer les probabilités de  $E_1 \cap E_2$ ,  $E_1 \cup E_2$ ,  $E_1 \cap E_3$  et  $E_1 \cup E_3$ .

**Exercice 6.**

We throw a fair dice and flip a coin. We assign 1 to head and 2 to tail.

- Find the sample space of the experiment, and find its cardinality.
- We study the sum of the two numbers. Find the probability of each of the following events.  
 $A$  : « the sum is odd » ;  
 $B$  : « the sum is neither 5 nor 6 » ;  
 $C$  : « the sum is divisible by 3 » ;  
 $D$  : « the sum equals 6 » ;  
 $E$  : « the sum is less than or equal to 3 » ;  
 $F$  : « the sum is greater than or equal to 4 ».

**Exercice 7.**

Soient  $n \geq 2$  et  $p \geq 2$  deux entiers naturels tels que  $n \geq p$ . Une urne contient  $n$  boules identiques numérotées de 1 à  $n$ . On effectue  $p$  tirages avec remise.

- Quel est le nombre d'issues possibles ?
- On note  $A$  l'événement « les numéros des boules tirées sont tous distincts ».  
Déterminer la probabilité de  $A$ .
- Soit  $B$  : « au moins deux des boules tirées portent le même numéro », déterminer la probabilité de  $B$ .
- ★ Quelle est la probabilité que exactement deux des boules tirées portent le même numéro ?

**☞ Exercice 8.**

Une urne contient 8 boules rouges, numérotées de 1 à 8, et 7 boules vertes, numérotées de 9 à 15. Elles sont indiscernables au toucher. On y pioche deux boules simultanément.

- Combien y a-t-il d'issues possibles ?
- Calculer la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur.
- Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.