

GÉNÉRALITÉS, STRUCTURE DES FONCTIONS

Exercice 1.

Soient $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ et $g(x) = \ln(2x + 4) + \frac{3}{x}$.

Calculer l'image de chacun des nombres suivants par les fonctions f et g : 2 ; -1 ; $e - 2$; $\frac{1}{3}$.

Exercice 2.

Soient les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 11x + 4$ et $g(x) = e^x$.

1. Donner $g(0)$, $f(-2)$, puis $g(f(-2))$, et enfin $g(f(x))$.
2. Quelle est l'expression de $f(g(x))$?

Exercice 3.

On donne deux fonctions, f et g , d'expressions $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = -x + 7$.

1. Déterminer les ensembles de définition de f et de g .
2. Calculer, lorsque c'est possible, $f(g(2))$, $f(g(-3))$ et $f(g(10))$.
3. Quel est l'ensemble de définition de la fonction $h : x \mapsto f(g(x))$?
4. Déterminer l'ensemble de définition de $k : x \mapsto g(f(x))$.

Exercice 4.

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{10 - 4x} \qquad g(x) = e^{\frac{1}{x}} \qquad h(x) = \frac{3x-4}{-2x+7} \qquad \text{et} \qquad k(x) = \frac{-3x^2}{e^x - 1}.$$

Exercice 5.

Dans chacun des cas suivants, déterminer les ensembles de définition de f , g , $f \circ g$ et $g \circ f$ et les expressions de $f \circ g(x)$ et $g \circ f(x)$.

- | | |
|---|--|
| <p>(a) $f(x) = 11x - 3$ et $g(x) = \frac{1}{x+4}$</p> <p>(b) $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = 2x + 7$</p> <p>(c) $f(x) = e^{3x-4}$ et $g(x) = \sqrt{x}$</p> | <p>(d) $f(x) = \frac{3}{11}x - 7$ et $g(x) = \ln(x - 2)$</p> <p>(e) $f(x) = x^2 + 4$ et $g(x) = \ln(x)$</p> <p>(f) $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ et $g(x) = \frac{2}{x}$</p> |
|---|--|

* Exercice 6.

On définit $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 - x$ et $h(x) = \frac{x}{1-x}$.

Déterminer les ensembles de définition de chacune de ces fonctions, ainsi que des fonctions $h \circ g \circ f$ et $f \circ g \circ h$.

Exercice 7.

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes, et tracer l'allure de leurs courbes :

$$f : x \mapsto \sqrt{-x}; \quad g : x \mapsto -2\sqrt{x}; \quad h : x \mapsto \sqrt{x+2} \quad \text{et} \quad k : x \mapsto \sqrt{x} - 3.$$

Exercice 8. Racine carrée. (sans calculatrice ☺)

Écrire le plus simplement possible les nombres suivants :

$$\begin{array}{llll}
 A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} & B = \sqrt{2} + \sqrt{8} & C = \sqrt{1+4} & D = \sqrt{8} \times \sqrt{72} \times \sqrt{144} \\
 E = \sqrt{3^2 + 4^2} & F = \sqrt{4 \times 9} & G = \sqrt{5 \times 10^2} \times \sqrt{5} & I = \sqrt{\frac{36}{25}}.
 \end{array}$$

Exercice 9. Puissances. (sans calculatrice ☺)

1. Calculer le plus simplement possible : $A = 2^8 \times 7 \times 5^7$; $B = 4^3 \times 3^2 \times 5^3$

2. Calculer (on pourra laisser sous forme de fraction irréductible) :

$$A = (-2)^3 ; \quad B = -2^3 ; \quad C = (-5)^{-1} ; \quad D = -5^{-1} ; \quad E = (-4)^{-2} \quad \text{et} \quad F = -4^{-2}.$$

3. Écrire sous la forme 2^p :

$$\text{(a) le double de } 4^5 \quad \text{(b) le carré de } 4^5 \quad \text{(c) la moitié de } 4^5 \quad \text{(d) la racine carrée de } 4^5.$$

4. Simplifier au maximum l'écriture des nombres suivants :

$$A = \frac{(-7)^5}{7^3} ; \quad B = \frac{2^3}{2^{-2}} ; \quad C = \frac{-3^2 \times (-3)^3 \times 3^{-5}}{3^3 \times (-3)^4} ; \quad D = \frac{-5^8 \times (-5^{13})^2}{5^2 \times ((-5)^3)^{10}}$$