Programme de la semaine 7
du 12 au 16 novembre.

Calculs : *un de chaque série, au choix de l'examinateur.*
Dans les deux cas, on utilise la méthode de la « quantité conjuguée » vue pour les limites, par exemple :

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}{2}.$$

1. Écrire sans racine au dénominateur : $A = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$; $B = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$; $C = \frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+5}$.

2. Calculer (enlever d'abord les racines au dénominateur de chaque fraction) :
$D = \frac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{5}+2} - \frac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{3}+2}$; $E = \frac{2+\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1} - \frac{1-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+1}$; $F = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1} - 8\sqrt{5}$.

Questions de cours : *2 au choix de l'examinateur*

Calculs 4 : limites.
- 3 limites de référence ;
- $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-7x+1}{3x-6}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{1}{x^2}+4}$;
- limites issues du taux d'accroissement et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{1-e^x}$;
- théorème des croissances comparées et corollaires avec preuves ;
- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x - x^2$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$;
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x+\ln(x)}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4x^2+11x-6}{12x^4-3x^3+2x-4}$;
- théorème d'encadrement et $\lim\limits_{x\to 0^+} x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$;
- théorème de comparaison et $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2+\cos(x)$.

Fonctions 3 : étude de fonctions.
- définition d'une fonction paire et d'une fonction impaire, étudier la parité de $g : x \mapsto x + \frac{3}{x}$;
- méthode pour montrer la parité ou imparité d'une fonction, méthode pour montrer qu'une fonction n'est ni paire ni impaire, application à la fonction $h : x \mapsto x^3 - x^2 + 1$;
- définition de la périodicité, montrer que $f : x \mapsto \cos(3x + \frac{1}{2})$ est $\frac{2\pi}{3}$-périodique ;
- on définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par $f(x) = \frac{\sin(2x)}{1+\cos^2(x)}$, montrer que f est π-périodique et impaire et en déduire un intervalle d'étude le plus petit possible en expliquant comment reconstituer la fonction sur $\mathbb{R}$.

Questions d'application directe du cours :
- calculer une limite simple ;
- montrer qu'une fonction est paire, ou impaire, ou ni l'un ni l'autre ;
- montrer qu'une fonction est périodique (période donnée).

Thèmes généraux des exercices :
- applications ;
- limites ;
- parité imparité périodicité, restriction du domaine d'étude.

Barème : calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.

Bon courage !