Programme de la semaine 12

du 16 au 20 décembre.

Calculs : *un de chaque série, au choix de l'examinateur.*

1. Simplifier au maximum :

$A(n) = \dfrac{n!(n+2)!(n-1)}{((n+1)!)^2}$ $\quad B(n) = \dfrac{(n!)^2(n+1)(n-1)!}{(n+1)!n(n-2)!}$ $\quad C(n) = \dfrac{n(n+1)!(n-1)!(n-2)!}{((n-1)!)^2(n+1)n!}$

2. On donne $P(x) = -2x^2 + \sqrt{2}x + \frac{7}{3}$. Calculer et mettre sous forme algébrique :

(a) $P(\sqrt{3}+i)$ **(b)** $P(3i-2)$ **(c)** $P(-\frac{3}{2}+i)$

Questions de cours : *2 au choix de l'examinateur*

Fonctions 6 : équations différentielles.

- solutions de l'équation $y' + ay = b$, et résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' + 3y = 5 \\ y(0) = 2 \end{cases}$;
- solutions de l'équation homogène $y' + ay = 0$ et solutions réelles de $y' - 5y = 0$;
- solutions particulières d'une équation du premier ordre dans le cas d'un second membre $Ce^{\omega x}$, exemple avec $y' - 5y = 3e^{2x}$;
- solutions particulières d'une équation du premier ordre dans le cas d'un second membre de la forme $C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x)$, exemple avec $y' - 5y = 7\cos(2x)$;
- principe de superposition et solution générale d'une équation différentielle du premier ordre ;
- solutions à valeurs réelles de $y'' - \omega^2 y = 0$ et $y'' + \omega^2 y = 0$ et exemple avec $y'' + 4y = 0$;
- solutions à valeurs complexes d'une équation homogènes du deuxième ordre, exemple avec $y'' + 4y' + 13y = 0$;
- solutions à valeurs réelles d'une équation homogène du deuxième ordre, exemple avec $y'' + 4y' + 13y = 0$;
- solutions particulières d'une équation différentielle du deuxième ordre avec un second membre de type $Ce^{\omega x}$;
- solutions particulières d'une équation différentielle du deuxième ordre avec un second membre de type $C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x)$;

Ensembles et raisonnement 4 : $\mathbb{N}$ et récurrence.

- propriété : principe de récurrence simple ;
- hérédité de la preuve par récurrence que $\forall n,\ u_n \geqslant 0$ avec (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n+2}{u_n+1} \end{cases}$;
- hérédité de la preuve par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = 2^{n+1} - 1$ où S_n est la somme des $n+1$ premières puissances de 2 consécutives, c'est-à-dire $S_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n$.
- initialisations des deux récurrences des deux précédents items.

Questions d'application directe du cours :

- équations différentielles homogènes ;
- solution dans les cas particuliers ;
- identifier la forme d'une solution particulière.

Thèmes généraux des exercices :

- équations différentielles linéaires à coefficients constants ;
- récurrences (sans symbole Σ).

Barème : calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.

Bon courage, et bonnes vacances !