

# PROGRAMME DE LA SEMAINE 10

## du 1er au 5 décembre.

**Calculs :** un de chaque catégorie, au choix de l'examineur

1. Écrire les nombres suivants le plus simplement possible :

(a)  $\ln(\sqrt{e^4}) - \ln(\sqrt{e^2})$  et  $-e^{-\ln(\frac{1}{2})}$

(b)  $e^{-\ln(\ln(2))}$  et  $\ln\left(\sqrt{\exp(-\ln(e^2))}\right)$

(c)  $\ln\left(\frac{1}{e^{17}}\right)$  et  $\exp\left(-\frac{1}{3}\ln(e^{-3})\right)$

2. Mettre au même dénominateur et simplifier lorsque c'est possible :

$$D(n) = \frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!} \quad E(n) = \frac{1}{n \times n!} - \frac{n+1}{(n+2)!} \quad F(n) = \frac{1}{(n-1) \times n!} + \frac{1}{2n \times (n+1)!}$$

**Questions de cours :** 2 au choix de l'examineur

Fonctions 4 : logarithme, exponentielle et puissances.

- définition du logarithme, théorème, dérivabilité, variations, limites remarquables ;
- définition de la fonction exponentielle, propriétés algébriques, dérivabilité, variations, limites remarquables ;
- définition de  $a^b$  avec  $a > 0$  et  $b$  réel, propriété (formules) ;
- fonction puissance  $\alpha$  avec  $\alpha$  réel : définition, dérivabilité et dérivée (avec preuve) ;
- théorème des croissances comparées ;
- $f(x) = x^x$  : ensemble de dérivabilité, variations, et limite en 0.

Ensembles et raisonnements 3 : dénombrement.

- propriétés du cardinal ;
- propriétés et illustrations « patates » de la propriété des cardinaux et des applications ;
- produit cartésien de deux ensembles : définition, cardinal avec justification ;
- on lance 10 fois un dé, combien de résultats différents peut-on obtenir (2 justifications, une avec la simulation avec un tirage, une avec l'analogie avec une application) ;
- définition d'une permutation, exemples de permutations de  $E = \{a, b, c, d\}$  et formule du nombre de permutations d'un ensemble de cardinal  $n$  ;

**Questions d'application directe du cours :**

- calculs simples avec  $\ln$  et  $\exp$  et puissances ;
- équations ou inéquations très simples avec  $\ln$  et  $\exp$  (une ou deux étapes) ;
- calculs avec des factorielles.

**Thèmes généraux des exercices :**

- $\ln$ ,  $\exp$ , puissances : calculs, limites, études de fonctions (avec tangentes, tracé d'allure...), équations ou inéquations simples (sans changement d'inconnue) ;
- manipulation de la formule  $a^b = e^{b \ln(a)}$  ;
- dénombrement d'ensembles se ramenant à des produits cartésiens,  $p$ -uplets ou permutations.

*Bon courage !*

**Barème :** calculs 4 points, cours 6 points, exercices 10 points.